FORMULES DE SOMMATION

Si p, n sont deux entiers naturels tels que $p \leqslant n$ et si $x_p, \cdots, x_n$ sont des nombres complexes, la somme $x_p + \cdots + x_n$ est notée $\sum_{k=p}^{n} x_k$.

Le symbole $\sum_{k=p}^{n} x_k$ se lit “somme des x_k pour k variant de p jusqu'à n”. Cette expression ne dépend évidemment pas de la lettre k, qui pourrait être remplacée par toute autre lettre non utilisée dans le contexte. On dit que k est l'indice de sommation (ou plus simplement : l'indice).

Les trois formules suivantes seront couramment utilisées. Les deux premières vous sont déjà familières, la troisième sera étudiée dès la rentrée.

Somme des n premiers entiers

$$\boxed{\text{Pour tout } n \in \mathbb{N}^\star : \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}}$$

Sommes géométriques

$$\boxed{\text{Pour tout } n \in \mathbb{N} \text{ et pour tout } q \in \mathbb{C} - \{1\} : \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$$

Formule du binôme

$$\boxed{\text{Pour tout } (a,b) \in \mathbb{C}^2 \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N} : (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}}$$

Le symbole $\binom{n}{k}$ se lit “k parmi n”. Les nombres $\binom{n}{k}$ sont les coefficients binomiaux, définis par :

$$\text{Pour tout } (n,k) \in \mathbb{N}^2 \text{ tel que } k \leqslant n : \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$